

Las trayectorias de aprendizaje: una herramienta para enseñar y aprender matemáticas en Educación Infantil

Learning trajectories: a tool for teaching and learning mathematics in early childhood education

YULY VANEGAS^A, MONTSERRAT PRAT^B Y CARLA ROSELL^C

^A Universitat de Barcelona, ^B Blanquerna – Universitat Ramon Llull, ^C Universitat de Lleida

^A ymvanegas@ub.edu, ^B montserratpm3@blanquerna.url.edu, ^C carla.rosell@udl.cat

^A <https://orcid.org/0000-0002-8365-1460>, ^B <https://orcid.org/0000-0002-8979-7663>, ^C <https://orcid.org/0009-0004-1901-4872>

Recibido/Received: Mayo de 2025. Aceptado/Accepted: Julio de 2025.

Cómo citar/How to cite: Vanegas, Y., Prat, M. y Rosell, C. (2025). Las trayectorias de aprendizaje: una herramienta para enseñar y aprender matemáticas en Educación Infantil.

Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 14(1), 105-125. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2025.105-125>

Artículo de acceso abierto distribuido bajo una [Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional \(CC-BY 4.0\)](#). / Open access article under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License \(CC-BY 4.0\)](#).

Resumen: Promover una actividad matemática de calidad desde las edades iniciales es uno de los objetivos de la comunidad de investigación en educación matemática infantil y primaria. En este artículo se presenta el enfoque de las trayectorias de aprendizaje como una herramienta que puede ayudar a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en dicha etapa. Se describen dos propuestas de trayectorias de aprendizaje. Una para la medida de longitud y otra para la simetría. Estas propuestas han sido implementadas con niños de 5-7 años. Se muestra que las experiencias escolares centradas en los niños y en sus formas de razonamiento resultan eficaces para desarrollar su pensamiento geométrico.

Palabras clave: Trayectorias de aprendizaje; educación infantil; medida de longitud; simetría

Abstract: Promoting quality mathematical activity from an early age is one of the objectives of the research community in early childhood and primary mathematics education. This article presents the learning trajectories approach as a tool that can help to improve the teaching and learning processes of mathematics at this stage. Two proposals for learning trajectories are described. One for length measurement and the other for symmetry. These proposals have been implemented with children aged 5-7 years. It is shown that school experiences centred on children and their ways of reasoning are effective in developing their geometric thinking.

Keywords: Learning trajectories; early childhood education; length measurement; symmetry

INTRODUCCIÓN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil deben plantearse, según el Real Decreto 95/2022, en un contexto que estimule la curiosidad de niños y niñas por entender su entorno, su realidad (en especial, aquello que está al alcance de su percepción y experiencia), respetando sus ritmos de aprendizaje. Así mismo, pensar en actividades matemáticas ricas y de calidad implica tener en cuenta ideas matemáticas centrales (NAEYC y NCTM, 2013) y las formas de pensar y aprender de los niños (Carpenter et al., 2014), y desarrollar prácticas docentes que den relevancia tanto a las matemáticas, como a la cultura, a las familias y a la diversidad de pensamiento (Frye et al., 2013). El enfoque de las trayectorias de aprendizaje propuesto por Clements y Sarama (2015, 2024) combina estos componentes, situando a los niños en el centro y considerando que un objetivo primordial de las prácticas de enseñanza en las primeras edades es apoyar el desarrollo del razonamiento matemático.

Así, con el propósito de motivar reflexiones sobre cómo favorecer el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil y sobre qué tipo de actividad matemática desarrollar en esta etapa, en este artículo se describen dos propuestas que se han estructurado considerando el enfoque de las trayectorias de aprendizaje. Si bien estas propuestas se orientan al trabajo de la medida de longitud y la simetría con niños de 5-7 años, cabe mencionar que dicho enfoque plantea que la actividad matemática puede estimularse en los niños desde el nacimiento; autores como Clements y Sarama (2015) plantean ejemplos de trayectorias de aprendizaje para diferentes nociones matemáticas abarcando toda la Educación Infantil (0-6 años).

En las siguientes secciones se presentan algunos planteamientos sobre la actividad matemática y las trayectorias de aprendizaje en la educación infantil. Se concretan aspectos a tener en cuenta en la enseñanza y aprendizaje de la geometría y de la medida en esta etapa. Posteriormente, se describen las dos propuestas de trayectorias de aprendizaje, una para la medida de longitud y otra para la simetría. Por último, se presentan unas reflexiones finales sobre las posibilidades que ofrece asumir el enfoque de las trayectorias de aprendizaje como herramienta para la planificación y diseño de actividades escolares y la gestión e interacción en la clase de matemáticas en edades iniciales.

1. ACTIVIDAD MATEMÁTICA Y TRAYECTORIAS DE APRENDIZAJE EN EDUCACIÓN INFANTIL

Desde su nacimiento, los bebés son exploradores agudos del mundo. Y, a medida que crecen, continúan con esta actitud indagadora. Les gusta realizar diferentes acciones que involucran todos sus sentidos. A través de estas experiencias los niños comienzan a desarrollar una comprensión del entorno, de los sujetos, de los objetos, de sus características y de su funcionamiento. Estos procesos de exploración y experimentación brindan oportunidades para el desarrollo del razonamiento, la reflexión y proporcionan un punto de partida sólido para apoyar y ampliar el pensamiento matemático de los niños (Carruthers y Worthington, 2010). Apoyar y enriquecer dichos procesos y promover el desarrollo del pensamiento matemático es uno de los desafíos de la educación infantil.

Clements y Sarama (2015) afirman que los niños siguen procesos naturales de desarrollo en el aprendizaje de las matemáticas. Estas rutas de desarrollo son la base para las trayectorias de aprendizaje, las cuales se componen de tres componentes esenciales: a) una meta matemática; b) una progresión de desarrollo; y, c) un conjunto de actividades instructivas o tareas propias de los niveles de pensamiento de la ruta (ver Figura 1).



Figura 1. Componentes de una trayectoria de aprendizaje.
 Nota. Elaboración propia basada en Clements y Sarama (2015)

El uso de trayectorias de aprendizaje puede ayudar a responder preguntas clave de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: ¿Qué objetivos se deben establecer? ¿Dónde se debe comenzar? ¿Cómo saber hacia dónde dirigir el siguiente paso? o ¿Cómo se logra ese siguiente paso? (Vanegas et al., 2019). En definitiva, comprender estas trayectorias y ofrecer actividades basadas en el progreso de los niños a lo largo de ellas posibilita construir entornos de aprendizaje matemático apropiados y eficaces para el desarrollo del razonamiento matemático de los niños. Al respecto, Ginsburg (2016) señala que el conocimiento de las trayectorias de aprendizaje mejora la interpretación que los docentes tienen del pensamiento infantil, ya que, en su implementación y en el análisis posterior, los maestros pueden identificar y evaluar el nivel de comprensión del conocimiento matemático del alumnado.

2. ACTIVIDAD GEOMÉTRICA Y DE MEDIDA EN EDUCACIÓN INFANTIL

Promover un aprendizaje significativo de las nociones matemáticas en edades tempranas implica conocer, entre otros aspectos, las maneras en las que los niños y niñas construyen su conocimiento y cómo otorgan significado a determinado tipo de situaciones. Sabemos que el aprendizaje de las nociones geométricas y de medida es esencial, ya que brinda elementos relevantes para que los niños y niñas comprendan y describan el entorno en el que se desenvuelven.

Tal y como plantea Canals (1997), el conocimiento geométrico no se adquiere recibiendo información, ni consiste en reconocer determinadas formas y saber su nombre correcto, sino que implica desarrollar capacidades muy diversas en cada persona. Supone un largo proceso que requiere: explorar, comparar, descomponer, recomponer, visualizar y expresar verbalmente e interiorizar. Por su parte, el aprendizaje de la medida junto con la geometría prepara a los niños a entender ciertas situaciones y fenómenos de su entorno (Smith et al., 2011; Tan-Sisman y Aksu, 2012a, 2012b). Así mismo, como plantean Buys y de Moor (2005), aprender y comprender qué significa medir es una habilidad práctica importante en el día a día de las personas.

Involucrar a los estudiantes, desde edades tempranas, en actividades que implican cuantificar, medir, localizar, hacer predicciones, comprobaciones y generalizaciones posibilita el avance del simple conocimiento físico a la significación de nociones y llegar a la abstracción.

En el currículum español para la educación infantil (Real Decreto 95/2022) se indica que la matemática es una herramienta imprescindible para ayudar a los niños a conocer el entorno. Sin embargo, los conocimientos que refieren a la geometría fundamentalmente se orientan a las nociones espaciales de “movimiento” o “desplazamiento”, mientras que otras ideas centrales como “posición” y “forma” no aparecen asociadas al desarrollo del pensamiento geométrico. Si bien se subraya la importancia de que los niños y niñas deben desarrollar conocimientos que les permitan organizar el espacio a través del movimiento, la exploración, los desplazamientos, etc., no señala la necesidad de trabajo con las figuras geométricas y las transformaciones (Alsina, 2022a), que son en cambio nociones clave en el desarrollo del pensamiento geométrico (Copley, 2000; Davis et al., 2015; Doorman et al., 2020; NCTM, 2000, entre otros).

La medida (no referida al tiempo) aparece en cuatro ocasiones en el currículum español para la etapa de Educación Infantil (Real Decreto 95/2022), siempre en relación con la identificación de situaciones en las que es preciso medir utilizando el propio cuerpo o instrumentos de medida. Sin embargo, no aparece el trabajo previo y necesario para entender la medida y llegar a medir con comprensión, es decir, la identificación de magnitudes continuas, las comparaciones directas, las clasificaciones o las relaciones de orden. Tampoco aparecen, como señala Alsina (2022a), las composiciones y las descomposiciones, imprescindibles para conocer en profundidad la longitud, la masa, la capacidad, etc.; por ejemplo, mediante el uso de material como la plastilina que permite, partiendo de dos longitudes o dos masas, obtener una longitud o masa que corresponde a la suma de las dos anteriores (de manera similar con la descomposición).

Al aludir al trabajo de aula relacionado con la geometría en educación infantil, es muy común pensar en actividades en las que el objetivo central es que los niños reconozcan formas geométricas (generalmente: círculo, triángulo, cuadrado y rectángulo); pero es sabido que este tipo de enfoques no favorecerá una verdadera apropiación de las ideas geométricas por parte de los infantes (Chamorro, 2005; Vanegas, 2018). Del mismo modo, cuando se piensa en un trabajo de aula relacionado con la medida en educación infantil, las actividades más habituales son de medida con instrumentos, la cinta métrica para la longitud o la balanza para la masa; cuando son actividades que sin un trabajo previo se transforman en actividades de lectura de números. El verdadero trabajo de medida en educación infantil debe enfocarse en entender qué son las magnitudes medibles, en descubrir la medida a través de la comparación directa, y más

adelante, indirecta, para así apropiarse de la idea matemática de medida (Alsina et al., 2022b).

En el siguiente apartado se describen dos propuestas estructuradas desde el enfoque de las trayectorias de aprendizaje, que involucran dos ideas clave en el desarrollo del pensamiento geométrico: la medida de longitud y la simetría.

3. PROPUESTAS DE TRAYECTORIAS DE APRENDIZAJE EN LAS PRIMERAS EDADES

Se inicia describiendo de manera breve el proceso que se siguió en la configuración de las dos propuestas. Posteriormente, se señalan aspectos de los referentes teóricos considerados en cada caso. Finalmente se describen cada una de las trayectorias de aprendizaje.

El diseño y estructuración de las dos propuestas se realizó de forma similar. Dicho proceso contempló diferentes etapas: a) revisión de estudios acerca de la enseñanza y aprendizaje de la medida de longitud y de la simetría en edades tempranas; b) estudio de investigaciones sobre las trayectorias de aprendizaje y niveles de progresión (prestando especial atención a las que se enfocan en la construcción de nociones geométricas); c) construcción de versiones piloto; d) revisión de las versiones piloto; y, e) construcción de las versiones finales. Cada una de las propuestas ha sido implementada con alumnado de diferentes escuelas públicas en Cataluña.

3.1. Trayectoria de aprendizaje de la medida de longitud

Medir es una actividad intrínseca del ser humano, según Bishop (1999) se trata de una de las seis actividades matemáticas universales que desarrollan todas las culturas. Medimos para conocer, para comunicar, para investigar, para responder alguna pregunta, para tomar decisiones, etc. (Albarracín et al., 2018). Es un concepto clave dada su potencialidad para conectar con distintos dominios matemáticos (Smith et al., 2011), con otras áreas de conocimiento y por su uso en diferentes contextos de la vida cotidiana (Buys y De Moor, 2005).

La medida está muy presente en las matemáticas que se usan en la cotidianidad de la educación infantil (Antonopoulos et al., 2009; Battista, 2006; Chamorro, 2005; Clements y Sarama, 2015). El aprendizaje de la medida se inicia cuando los niños investigan y descubren las magnitudes

medibles de los objetos de su alrededor, para posteriormente descubrir como tal el proceso de medir.

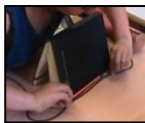
El aprendizaje de la medida, y en particular de la medida de longitud, involucra según Clements y Sarama (2007, 2015), la comprensión de ocho conceptos: 1) comprensión del atributo (de longitud); 2) conservación (de longitud); 3) transitividad; 4) partición equitativa del objeto a medir; 5) iteración de una unidad estándar; 6) acumulación de distancia (el número de iteraciones indica el espacio cubierto por las unidades hasta un determinado punto); 7) origen; y, 8) relación entre el número y la medida.

Los niveles propuestos por Clements y Sarama (2015) para la trayectoria de aprendizaje de la medida de longitud, son:

- Reconocimiento de cantidades de pre-longitud (PR)
- Reconocimiento de cantidades de longitud (R)
- Comparación directa (CD)
- Comparación indirecta (CI)
- Ordenación serial hasta 6+ (O)
- Medición de extremo a extremo (EE)
- Relación y repetición de unidades de medida de longitud (RR)

A continuación, en la Tabla 1 se presenta parte de la propuesta de trayectoria de aprendizaje de la medida de longitud realizada por Rubio et al., (2018). Se muestra además de los componentes de la trayectoria de aprendizaje (objetivo, nivel, tarea), una columna con preguntas que pueden orientar la intervención a realizar con los infantes. La propuesta incluye en total siete actividades; en este caso, se describen cuatro de dichas actividades.

Tabla 1. Extracto de la propuesta de trayectoria de aprendizaje de la medida de longitud (Rubio et al., 2018)

	OBJETIVO	TAREA	IMAGEN	DIÁLOGO
RECONOCER	Determinar si el niño reconoce el atributo de longitud en los objetos. Evaluar si el niño se sitúa en el nivel PR o R.	<i>Diálogo sobre longitudes de cuerdas</i> Se dan cuatro cuerdas, con diferentes atributos: grosor, color, y longitud. Se pretende que en la actividad los niños hablen de los atributos de las cuerdas, y que se aluda de manera clara a la noción de longitud.		¿Qué diferencias observas entre estas cuerdas? ¿Son los cuatro iguales? ¿En qué se diferencian? ¿Hay alguna otra característica que veas diferente? ¿Cómo se le dice si son diferentes de “grande”?
	Determinar si el niño es capaz de hacer comparaciones indirectas de objetos para saber cuál tiene mayor longitud. Evaluar si el niño se encuentra en nivel CI.	<i>Comparar lápices con un cordel</i> Se sitúa sobre la mesa un objeto (libreta o caja) que impida al niño ver a la vez los dos lápices. Se ubica un lápiz a un lado de la libreta (o caja) y se pide al niño que coloque su lápiz al otro lado (ver imagen). Se pide al niño que identifique cuál de los dos lápices es el más largo. El niño puede mirar y tocar los lápices sin moverlos de su lugar. Pueden utilizar cualquier objeto que tengan a su alcance (sobre la mesa tienen una cuerda).		¿Puedes utilizar la cuerda para identificar cuál lápiz es más largo? ¿Puedes utilizar algún otro objeto para medirlos?

ORDENAR	Determinar si el niño es capaz de ordenar objetos de diferentes longitudes. Evaluar si el niño se encuentra en el nivel O.	<i>Ordenar regletas</i> Cada niño ordena 6 regletas de diferente longitud. Se conduce la actividad mediante preguntas abiertas, haciendo hincapié en la idea de ordenarla a partir de un criterio definido por ellos.		¿Están las regletas ordenadas? ¿Cómo las has ordenado? ¿Se pueden ordenar de algún otro modo? ¿Podrías ordenarlas de más larga a más corta? (esta pregunta solo se formularía en el supuesto que el niño realice la ordenación de varias maneras diferentes, pero sin utilizar el atributo de longitud).
ITERAR	Determinar si el niño es capaz de iterar una unidad de medida no convencional para obtener la longitud de un objeto. Evaluar si el niño se encuentra en el nivel EE o en el nivel RR.	<i>Medir con clips</i> Cada niño dispone de clips de dos longitudes distintas. Se le pide que mida su lápiz utilizando los clips.		¿Cuántos clips mide de largo tu lápiz? ¿Son iguales o distintos los clips que has utilizado? ¿Colocados así los clips, puedes medir bien el lápiz? ¿Por qué?

Esta propuesta fue implementada con un grupo de estudiantes de educación infantil. Para realizar un análisis detallado de las intervenciones de los niños, toda la intervención fue grabada en video. El análisis se centró en las acciones y procesos realizados por los infantes en cada actividad.

Esto permitió situar su nivel en la trayectoria. En su estudio, Vanegas et al. (2019) establecieron como unidades de análisis los diálogos generados entre el alumnado y la docente en cada actividad. Posteriormente, organizaron la información de cada estudiante de acuerdo con los siguientes factores: la actividad, la unidad de análisis, la evidencia gráfica y las observaciones de los investigadores. En este punto se identificó el nivel evidenciado por los niños y niñas en cada unidad de análisis (véase Tabla 2).

Tabla 2. Ejemplo de análisis y asignación de nivel (Vanegas et al., 2019)

Actividad 5: Medir un lápiz con clips			
Unidad de análisis	Evidencia	Observaciones	Nivel
A: 1, 2, 3, 4, 5, 6 ... y medio M: Seis y medio. ¿Por qué y medio? A: Porque aquí... porque le sobra un poquito. M: ¿De acuerdo, así lo ves bien? Y, ¿cómo sabes que le sobra un poco? A: Porque aquí si lo haces así... M: Ah, porque has colocado uno sobre el otro. A: Sí, porque sabes... queda más... M: ¿Porque si no, no te daba igual? A: Sí		*Utiliza clips de la misma medida. *No coloca todos los clips en la misma posición. Parece que lo tienen en cuenta, pero no acaba de ponerlos todos en la misma dirección. *Realiza una superposición del último clip, pero especifica por qué lo hace. *Tiene en cuenta el origen y el final del lápiz. *Comprende que está usando los clips como una unidad de medida, ya que especifica que el lápiz mide “6 y medio” clips.	EE/RR

A: Alumno M: Maestra

En este caso, el estudiante tiene en cuenta los extremos del lápiz al medirlo y muestra algunos indicios de comprender que la acumulación de unidades de medida (clips) sirve para medir la longitud total del lápiz. Sin embargo, no realiza los procedimientos necesarios para llevar a cabo la

medición de forma correcta (es decir, evitando superposiciones, huecos y colocación desigual de los clips).

3.2. Trayectoria de aprendizaje de la simetría

La simetría es una noción central en matemáticas: constituye tanto un objeto de estudio como una estrategia eficaz para la resolución de problemas (Leikin et al., 2000; Stewart, 2007). Aunque suele abordarse como un concepto estático, también puede entenderse desde una perspectiva dinámica, vinculada al movimiento necesario para transformar una figura en otra (Davis et al., 2015). Esta mirada activa de la simetría requiere diseñar propuestas didácticas que permitan a los niños y niñas centrarse tanto en la transformación como en su resultado, más allá de las formas simétricas estáticas que observan en su vida diaria (corazones, estrellas, etc.).

Desde edades tempranas, trabajar la simetría permite conectar las matemáticas con el mundo real, ayudando a organizar el pensamiento mediante patrones (Knuchel, 2004). Además, facilita la comprensión de información compleja, ya que las formas simétricas se identifican más fácilmente y se recuerdan con mayor precisión (Jones, 2002). Según Moss et al. (2016), en educación infantil, la simetría puede entenderse como la repetición de elementos a través de reflejos, rotaciones o traslaciones. La simetría de reflexión, o “de espejo”, es la más accesible para los niños y niñas, quienes aprenden que los ejes pueden ser verticales, horizontales o múltiples.

Numerosos estudios han constatado que los niños pequeños, incluso en juegos espontáneos con bloques, tienden a construir patrones simétricos, mostrando una sensibilidad natural hacia estas formas (Bornstein et al., 1981; Eberle, 2014; Seo y Ginsburg, 2004). A medida que crecen, comienzan a desarrollar ideas sobre congruencia y transformaciones. Sin embargo, al principio pueden percibir figuras rotadas como distintas, al no analizar todas sus relaciones espaciales (Clements y Sarama, 2015).

Moss et al. (2016) documentan cómo, en edades entre los 5 y 7 años, los niños pueden identificar ejes de simetría, comprobar la congruencia mediante el pliegue de figuras y generar patrones simétricos con creatividad. Si bien inicialmente dependen de referencias visuales próximas, con la práctica logran composiciones más complejas, incluso cuando el eje no está claramente delimitado. Clements y Sarama (2015)

añaden que, a partir de los 4 años y con orientación, los niños y niñas comienzan a utilizar estrategias como la superposición para verificar si dos figuras son congruentes.

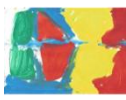
Desde una perspectiva pedagógica, fomentar experiencias relacionadas con la simetría favorece la percepción visual, el razonamiento, la coordinación motriz y la conexión entre etapas educativas. Samuel et al. (2018) destacan también el papel de las neuronas espejo, que vinculan el pensamiento espacial con el movimiento. En esta misma línea, Vanegas et al. (2021) muestran cómo los niños no solo reconocen ejes de simetría, sino que también clasifican elementos basándose en colores, formas y características naturales, y crean composiciones artísticas considerando repeticiones, transformaciones y simetría.

En la literatura no encontramos una trayectoria de aprendizaje específicamente formulada para la noción de simetría en edades tempranas. Por ello, la propuesta presentada en este artículo ha sido diseñada a partir de una revisión de aspectos clave relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las nociones geométricas en la infancia. En particular, se han considerado los planteamientos de Clements y Sarama (2015) sobre las trayectorias de aprendizaje para las formas y para la composición y descomposición de figuras 2D. Asimismo, se han tenido en cuenta los niveles de razonamiento geométrico descritos en el modelo de Van Hiele (1986).

En la Tabla 3 se presenta un extracto de la propuesta de trayectoria de aprendizaje de la simetría realizada por (Rosell et al., 2022). De forma semejante que en la trayectoria presentada en el apartado 3.1, se considera la progresión del desarrollo, los objetivos de aprendizaje, las tareas con una breve descripción, imágenes representativas y algunas preguntas que pueden orientar el diálogo en la implementación en el aula. La propuesta diseñada incluye un total de 16 actividades.

Tabla 3. Extracto de la propuesta de trayectoria de aprendizaje de simetría (Rosell et al., 2022)

	OBJETIVO	TAREA	IMAGEN	DIÁLOGO
RECONOCER	Determinar si los niños/as identifican las repeticiones de los cuadros.	<i>Diálogo sobre las repeticiones que observan</i> Los alumnos hablan sobre las repeticiones que aparecen (formas, dibujos, partes, etc.)		¿Cómo son estas caras? ¿Hay algún aspecto que te llame la atención? ¿Creéis que un lado de la cara es igual que el otro?
	Determinar si el alumnado identifica la simetría mediante la idea de reflejo.	<i>Diálogo sobre la imagen e historia de “El reflejo del pájaro”</i> Los niños/as hablan sobre el cuento y qué le puede haber pasado al pájaro		¿Qué creéis que le ha pasado al pájaro? ¿Por qué no le contesta el otro pájaro? ¿Son pájaros distintos o es el mismo? ¿El paisaje cambia?
ANALIZAR	Identificar si los niños/as reconocen la línea de repetición. Describir el tipo de reconocimiento.	<i>Exploración y discusión sobre dónde está el eje de simetría en diferentes obras</i> Los niños/as deben encontrar varios ejes de simetría si es posible. Para asegurarlo, deben reconstruir la imagen global.		¿Podrías encontrar otros ejes además del vertical? Continúa experimentando con el espejo. ¿En esa posición encuentras la imagen global?

CLASIFICAR	Determinar si los niños/as realizan clasificaciones según el número de ejes.	<i>Clasificación de las imágenes según los ejes de cada una (1,2,4)</i>		¿Dónde pondrás el espejo para encontrar las líneas? ¿Cuántas crees que tiene? ¿Cuántas has encontrado? ¿En cuál de las etiquetas la pondrás?
	Determinar si los niños/as son capaces de argumentar sus propias creaciones.	<i>Diálogo y discusión final sobre cómo representaron en el papel sus ideas</i> Los alumnos hablan acerca de sus creaciones: qué han querido pintar, cómo lo hicieron y si les gustó la experiencia		¿Qué has pintado? ¿Qué creéis que ha pintado? ¿Cómo lo has hecho? ¿Hay repeticiones? ¿Cómo las has hecho? ¿Te gustó hacerlo?

La propuesta se llevó a cabo con dos grupos de estudiantes de educación infantil. Al igual que en la experiencia anterior, se registraron las sesiones en formato audiovisual. Se definieron como unidades de análisis fragmentos de las sesiones de clase. En estas se identifican las acciones y argumentaciones dadas por los niños y niñas, las cuales dan cuenta de su comprensión, con relación a diferentes aspectos asociados a la noción de simetría. El análisis de estas acciones y argumentaciones es lo que tomamos en cuenta para situar al alumnado en un nivel de la trayectoria. Finalmente, se confecciona un instrumento de registro (Tabla 4) en el que se recoge: la unidad de análisis, una imagen ilustrativa, el código asignado en función del nivel dentro de la trayectoria de aprendizaje, así como las observaciones formuladas por el equipo investigador durante el proceso. En la Tabla 4 se muestra un ejemplo de una de las unidades de análisis definidas en la actividad 5.

Tabla 4. Ejemplo de análisis y asignación de nivel (Rosell et al., 2022)

Actividad 5: Identificar los ejes de simetría			
Unidad de análisis	Evidencia	Observaciones	Nivel
<i>M: ¿Cómo has hecho para que se vea la mitad en el espejo?</i> <i>A1: He puesto el espejo en la mitad y estoy viendo la otra mitad.</i> <i>A2: He puesto el espejo en el medio y se ha reflejado</i>		Las alumnas experimentan con el espejo y logran determinar un eje de simetría. Hablan de la idea de “reflejo” y observan la importancia de “la mitad” para determinar la posición del espejo que les permita visualizar la totalidad de la obra.	IS

A: Alumno M: Maestra

Se observa como las alumnas identifican la “línea del horizonte” como el primer eje de simetría (ubicándolo en la parte central de la imagen observada), se basan en la idea de reflexión y se centran en la idea de “mitad” como estrategia para determinar la posición del espejo. Este recurso les permite explorar visualmente si una de las partes de la figura, al ser reflejada, reconstruye la totalidad de la imagen.

4. REFLEXIONES FINALES

Las trayectorias de aprendizaje se deben entender como herramientas flexibles y contextualizadas que orientan el diseño de experiencias de enseñanza y aprendizaje en función de objetivos específicos. Cada trayectoria responde a una determinada meta de aprendizaje matemático y, por tanto, puede variar según el contenido, la edad del alumnado, el contexto educativo o los enfoques pedagógicos adoptados. Por consiguiente, es importante señalar que no hay una única trayectoria de aprendizaje, sino tantas como objetivos de aprendizaje matemático.

Tal y como lo plantean Clements y Sarama (2015), constatamos que la identificación de las trayectorias de aprendizaje de los niños y niñas y su comparación con la trayectoria hipotética definida, permite, por una parte, valorar el nivel en que se encuentran los infantes respecto a sus interpretaciones sobre la medida de longitud y la simetría (en el caso de

este artículo); y, por otra parte, reconocer aspectos clave para la enseñanza y aprendizaje de dichas nociones. Lo que se constituye en base para la estructuración de tareas escolares que den oportunidades a los niños para mejorar o ampliar los significados contruidos sobre la medida de longitud y la simetría.

No obstante, para promover de manera efectiva el desarrollo del pensamiento matemático en los niños, usando el enfoque de las trayectorias de aprendizaje, es necesario que los maestros conozcan a fondo sus componentes, pues sin este conocimiento pueden ofrecerse tareas demasiado fáciles o demasiado desnaturalizadas, lo que puede producir un desajuste que limite el aprendizaje de los niños (Clements y Sarama, 2024). Además, coincidimos con Ramírez y de Castro (2014), cuando señalan que el diseño y definición de las trayectorias de aprendizaje debe basarse en los resultados de investigaciones según la idea matemática central que se quiera abordar.

Consideramos que las propuestas aquí presentadas, junto con los datos de sus correspondientes implementaciones, proporcionan un punto de partida para la estructuración de nuevas trayectorias de aprendizaje para la enseñanza de la medida de longitud y la simetría en las primeras edades. Se han abordado ideas nucleares que permiten enfocar un trabajo de aula que acerca a los niños de manera informal a dichas nociones y que ayudan a potenciar su razonamiento geométrico y de la medida.

BIBLIOGRAFÍA

- Albarracín, L., Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y. y Vilella, X. (2018). *Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria*. Síntesis.
- Alsina, Á. (2022a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 3 a 6 años*. Graó.
- Alsina, Á. (2022b). Los contenidos matemáticos en el currículo de Educación Infantil: contrastando la legislación educativa española con la investigación en educación matemática infantil. *Épsilon-Revista de Educación Matemática*, 111, 67-89.
- Alsina, Á., Berciano, A., de Castro, C., Edo, M., Giménez, J., Jiménez, C., Prat, M., Salgado, M. y Vanegas, Y. (2022). Matemáticas en la Educación Infantil. En L. Blanco, N. Climent, M. T. González,

- A. Moreno, G. Sánchez-Matamoros, C. de Castro, y C. Jiménez (Coords.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 107–147). Editorial Universidad de Granada.
- Antonopoulos, K. Zacharos, K. y Ravanis, K. (2009). Measurement activities and teaching interaction in early childhood education. En M. Paramythiotou y C. Angelaki (Eds.), *European regional conference "Current Issues in Preschool Education in Europe: Shaping the Future"* (pp. 55-63). OMEP.
- Battista, M. T. (2006). Understanding the development of students' thinking about length. *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 140-146. <https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0140>
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.
- Bornstein, M. H., Ferdinandsen, K. y Gross, C. G. (1981). Perception of symmetry in infancy. *Developmental Psychology*, 17(1), 82-86. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.17.1.82>
- Buys, K. y de Moor, E. (2005). Domain description Measurement. En M. van den Heuvel-Panhuizen y K. Buys (Eds.), *Young Children Learn Measurement and Geometry. A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for the Lower Grades in Primary School* (pp. 15-36). Sense Publishers.
- Canals, M. A. (1997). Geometría en las primeras edades escolares. *Suma-Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 25, 31-44.
- Carpenter, T., Loef, M., Johnson, N., Turrou, A. y Wager, A. (2014). *Young Children's Mathematics*. Heinemann.
- Carruthers, E. y Worthington, M. (2010). Children's mathematical development. En T. Bruce (Ed.), *Early childhood: A guide for students*. Sage Publications.

- Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Pearson Educación.
- Clements, D. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, volume 1* (pp. 461-555). Information Age Publishing.
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: el enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools.
- Clements, D. y Sarama, J. (2024). Systematic review of learning trajectories in early mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 57, 637-650. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01644-1>
- Copley, J. V. (2000). *The Young Child and Mathematics*. NAEYC.
- Davis, B. y Spatial Reasoning Study Group. (2015). *Spatial reasoning in the early years. Principles, Assertions, and Speculations*. Routledge.
- Doorman, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M. y Goddijn, A. (2020). The Emergence of Meaningful Geometry. En M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics* (pp. 281-302). ICME-13 Monographs. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_1
- Eberle, S. G. (2014). The Elements of Play: Toward a Philosophy and a Definition of Play. *American Journal of Play*, 6(2), 214-233.
- Frye, D., Baroody, A., Burchinal, M., Carver, S., Jordan, N. y McDowell, J. (2013). *Teaching Math to Young Children: A practice guide*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE). IES.
- Ginsburg, H. P. (2016). Helping early childhood educators to understand and assess young children's mathematical minds. *ZDM Mathematics Education*, 48, 941-946. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0807-7>

- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. En L. Haggarty (Ed.), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice* (pp. 121–139). Routledge.
- Knuchel, C. (2004). Teaching Symmetry in the Elementary Curriculum. *The Mathematics Enthusiast*, 1(1), 3–8. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1001>
- Leikin, R., Berman, A. y Zaslavsky, O. (2000). Applications of symmetry to problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), 799-809. <https://doi.org/10.1080/00207390050203315>
- Moss, J., Bruce, C., Caswell, B., Caswell, B., Flynn, T. y Hawes, Z. (2016). *Taking shape: Activities to develop geometric and spatial thinking. Grades K-2*. Pearson.
- National Association for the Education of Young Children (NAEYC) y National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2013.1-23>
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2014). Trayectorias de aprendizaje de la multiplicación y la división de cuatro a siete años. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 31(3), 41-56.
- Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil (BOE-A-2022-1654). (2022). Boletín Oficial del Estado. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/02/01/95>
- Rosell, C., Vanegas, Y. y Giménez, J. (2022). Una aproximación a la construcción de la noción de simetría en educación infantil. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 34 (2) 247-255.
- Rubio, A., Vanegas, Y. y Prat, M. (2018). Herramienta para evaluar trayectorias de aprendizaje de la medida de longitud en niños de 6-8

- años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 76-86.
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2018.76-86>
- Samuel, M., Vanegas, Y. y Giménez, J. (2018). Caracterización del conocimiento matemático de futuras maestras de educación infantil. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 70(3), 61-75.
<https://doi.org/10.13042/Bordon.2018.62907>
- Seo, K. H. y Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from New Research. En D. H. Clements, J. Sarama y A. M. Dibiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 91-104). Hillsdale.
- Smith, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M. y Teppo, A. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM Mathematics Education*, 43, 617-620.
<https://doi.org/10.1007/s11858-011-0369-7>
- Stewart, I. (2007). *Why Beauty is Truth: A History of Symmetry*. Hachette.
- Tan-Sisman, G. y Aksu, M. (2012a). Seventh grade students' understanding of linear measurement: what has been learned about linear measurement in seven years of schooling process? *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 1905-1909.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.400>
- Tan-Sisman, G. y Aksu, M. (2012b). The length measurement in the Turkish mathematics curriculum: its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 363-385. <https://doi.org/10.1007/s10763-011-9304-1>
- Van den Heuvel-Pauhuizen, M. y Buys, K. (2005). *Young Children Learn Measurement and Geometry*. Sense Publishers.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Academic Press.

- Vanegas, Y. M. (2018). Percepción, interpretación y representación del espacio. En M. C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Coords.), *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 213-242). Paraninfo.
- Vanegas, Y., Prat, M. y Rubio, A. (2019). Characterization of the learning trajectory of Children aged six to eight years old when acquiring the notion of length measurement. En U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2381-2388). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University y ERME.
- Vanegas, Y., Rosell, C. y Giménez, J. (2021). Insights about constructing symmetry with 5-6-year-old children in an artistic context. En M. van den Heuvel-Panhuizen y A. Kullberg (Eds.), *Mathematics education at preschool level: Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education* (pp. 11-15). ICME-14.